Banco de Problemas para el Examen de Admisión
Matemáticas

1. El siguiente sistema de ecuaciones homogéneas para los coeficientes c_1 y c_2 establece los posibles niveles de energía de una molécula de hidrógeno mediante la condición de que el sistema tenga soluciones no triviales. Indica para qué valores de E ocurre esto.
$$ac_1+3c_2 = Ec_1$$
$$3c_1 + ac_2 = Ec_1$$
2. Verifica que los valones E = 0, $\sqrt{2}/3$ y $-\sqrt{2}/3$, permiten obtener soluciones no triviales para el sistema homogéneo de ecuaciones lineales:
$$3c_2 = Ec_1$$
$$3c_1 + 3c_3 = Ec_2$$
$$3c_2 = Ec_3$$
3. Una sustancia radiactiva tiene una vida media de 500 años. Si una muestra contenía originalmente 5g de dicha sustancia y actualmente sólo tiene 4g, ¿Cuál es la edad de la muestra?
4. El contenido radioactivo de un material está dado por la ecuación
$$dc/dt = -c/\tau$$
5. donde τ es la vida media de la sustancia. Resuelve la ecuación para obtener la cantidad de material radioactivo en función del tiempo.
6. Obtén las siguientes integrales:
    a) $\int Inxdr$
    b) $\int x/(x^2+1)\, dx$
    c) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} sen^2\,(u)du$
7. Si z = x + *iy,* con $i = \sqrt{-1}$ obtén la expresión para $z^3 - z^2$.
8. Expresa z = 1+ 4i en su forma polar.
9. Obtén la serie de Taylor de la función f *(x)* = e^x, alrededor de x = *0.*
10. Obtén los tres primeros términos de la serie de McClaurin de la función *Sen (x).*
11. Si el punto (3, *k*) está en la recta con pendiente *m* = -2 y pasa por el punto (2, 5), encontrar *k.*
12. Encuentre la ecuación de la parábola que tenga Vértice en (1,2) y foco en (1,4).
13. Una corriente eléctrica, cuando fluye en una bobina circular de radio r, ejerce una fuerza $F = kx(x^2 + r^2)^{-5/2}$ en un imán pequeño ubicado a una distancia *x* sobre el centro de la bobina. Demuestre que *F* es máxima cuando *x* = (½) *r.*
14. Determine el área de la región limitada por las curvas: $xy = 12$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e^2$.
15. Encontrar la longitud de arco de la cicloide: $x = (\theta - \mathrm{sen}\theta)$, $y = (1 - \cos\theta)$, entre $\theta = 0$ y $\theta = 2\pi$.
16. Encontrar la serie de Maclaurin para la función $\mathrm{sen}(x^3)$

17. Encontrar el área de la región entre las curvas y = sen$x$ y y = cos$x$ entre x = 0 y $x = \frac{\pi}{4}$.
18. Mediante integración, encontrar el volumen de un cono cuya altura es h y cuya base tiene radio r.
19. Resuelva la siguiente ecuación diferencial: $y' = \sqrt{1+y}$.
20. Sean las matrices **A** = $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ y **B** = $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$, encontrar (a) **AB**, (b) $\mathbf{A}^{\mathbf{T}}$, (c) $\mathbf{A}^{-1}$
21. Determine el producto y la suma de las raíces, las raíces y también los extremos de la ecuación

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

22. La posición de una partícula en función del tiempo t está dada por la ecuación:

$$x(t) = x_0 + v_0 t - gt^2/2;$$

donde x_0, v_0 y g son constantes positivas. Determine en qué instante alcanza la máxima altura. En ese instante, ¿dónde se encuentra y con qué velocidad se mueve?
23. Determine la norma y el inverso multiplicativo del complejo z = 4 + 3i.
24. Definimos las funciones f(x) = cos x y g(x) = x^2. Determine las funciones h(u)=f(g(u)) y j(x) = g(f(u)).
25. Calcule las derivadas de las funciones h y j definidas en el problema anterior.
26. Determine

$$\lim_{x\to 0} \text{sen}(27x)/3x$$

27. Trabajando con la función sen(x), restringida al intervalo [$-\pi/2$; $\pi/2$], construya su función inversa y determine su derivada.
28. Sea A una matriz de 3x3 y x un vector columna de tres renglones. ¿Cuándo se puede afirmar que el conjunto de tres ecuaciones

$$Ax = 0$$

posee al menos una solución no trivial? Establezca su respuesta tanto utilizando el concepto de determinante como el de independencia lineal.
29. Considere la ecuación diferencial

$$y'' - 3y' + 2y = \cos x$$

    a) Determine la solución general a la correspondiente ecuación diferencial homogénea.
    b) Encuentre una solución particular de la ecuación completa.
    c) Determine la forma de la solución general de la ecuación completa.
30. Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}}$$

31. Hallar la derivada de la siguiente función:
    a. $z = \frac{w}{\sqrt{1-4w^2}}$
32. Obtenga la serie de Taylor para $\ln(x+1)$ elrededor de x=1.

33. Determine el siguiente límite:
    b. $\lim_{x \to 0} \frac{2cosx + xsenx - 2}{x^4}$
34. Calcule la siguiente integral:
    c. $\int e^x senxdx$
35. Resuelva la ecuación diferencial $x^2y' + 2xy - x + 1 = 0.$
36. Por derivación implícita obtenga $y' e\ y''$ en la ecuación $x^2 - xy + y^2 = 3.$
37. Determine las dimensiones del cilindro circular recto de área lateral máxima que se puede circunscribir en una esfera de 8cm de radio.
38. Trazar la región acotada por las gráficas $y_1 = x^2 - 4x + 3$ y $y_2 = -x^2 + 2x + 3$ y encuentre el área de la región.
39. Obtener la ecuación del plano tangente a la superficie $z = 3x^2 + 2y^3 - 11$ en el punto (2, 1, 3).
40. Hallar los máximos y mínimos de $f(x, y) = 2 + x^2 + y^2$.
41. Encuentre la longitud de la curva $x = t - sen\,(t),\ \ y = 1 - cost,\ \ 0 \le t \le 4\pi.$
42. Dado $z = 2 + 3i$ y $\mathrm{u} = 1 - \mathrm{i}$, encuentre las partes reales e imaginarias de
    a) z+u,
    b) z - u,
    c) uz,
    d) u/z,
    e) y encuentre z*
43. Si $\mathrm{f(x, y, z)} = \cos\mathrm{(xyz)}$, evalué $\partial^2 f/\partial x \partial y$ en la cual las variables apropiadas se comportan como constantes.
44. Sabiendo que $v = \frac{dx}{dt}$ y $a = \frac{dv}{dt}$, La aceleración de una partícula se define mediante la relación $a = 0.8v$, donde *a* se expresa en in./s^2 y *v* en in./s. Si se sabe que cuando *t*= 0 la velocidad es de 40 in./s, determine *a*) la distancia que recorrerá la partícula antes de quedar en reposo, *b*) el tiempo requerido para que la partícula quede en reposo, *c*) el tiempo requerido para que la velocidad de la partícula se reduzca a 50 por ciento de su valor inicial.
45. Obtenga la solución general de la siguiente Ecuación -Diferencial Ordinaria de primer orden:
$$\frac{dy}{dx} + 2xy = x$$
46. Encuentre la inversa de la siguiente matriz
$$c = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$
47. Se quiere construir un contenedor cilíndrico de metal cuya base circular tenga una capacidad de 64 pulgadas cúbicas. Halle sus dimensiones de manera que la cantidad de metal requerido (área de la superficie) sea mínima si el contenedor es una lata abierta.
48. Determine el área de la región limitada por: $y = 1/(1 + x^2)$, $y = 0$, $x = \pm 1$.
49. Encontrar la longitud de arco de la cicloide: $x = (\theta - \mathrm{sen}\theta)$, $y = (1 - \cos\theta)$, entre $\theta = 0$ y $\theta = 2\pi$.

50. Halle el volumen del sólido obtenido al girar en torno al eje y la región que se encuentra en el primer cuadrante y está limitada por arriba, por la parábola $y = 2 - x^2$ y por debajo, por la parábola $y = x^2$.
51. Un circuito tiene una fuerza electromotriz dada por $400\cos(2t)$, en volts, una resistencia de 100 ohms, y una capacitancia de 10^{-2} farads. Inicialmente no hay carga en el capacitor. Encuentre la corriente en el circuito para un tiempo t.
52. Hallar la ecuación de la recta que, pasando por el punto (3,4), determina en el primer cuadrante con los ejes coordenados, un triángulo de área mínima.
53. Encuentre el límite
$$\lim_{x\to 0}(\csc x - \cot x)$$
54. Obtenga el plano tangente a la superficie
$$f(x,y) = xy \quad en\ \boldsymbol{p} = (3,-4)$$
55. Encuentre la solución de la ecuación $(2t+5)dI + 10Idt = 10dt$
56. Obtenga la integral $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2}dx$
57. Hallar el área comprendida entre las parábolas $y = 6x - x^2$ e $y = x^2 - 2x$